

Equazioni stocastiche di McKean-Vlasov ed equazioni alle derivate parziali stocastiche

Il progetto di ricerca riguarda lo studio di sistemi di equazioni differenziali stocastiche di tipo McKean-Vlasov condizionate, quindi con coefficienti dipendenti dalla legge condizionata di alcune componenti rispetto ad altre. Le metodologie standard basate sulla regolarità rispetto alla metrica di Wasserstein, impiegate nello studio di equazioni di McKean-Vlasov classiche, non possono essere implementate, in quanto la dipendenza della legge condizionata dalla congiunta non è sufficientemente regolare. Per tale ragione, esistenza e unicità per tali equazioni sono, in generale, problemi ancora aperti, come anche un loro accurato studio numerico. Le equazioni di McKean-Vlasov condizionate intervengono nella costruzione di processi di Itô con marginali assegnate e hanno un ruolo fondamentale nella gestione del rischio e nella valutazione di strumenti finanziari complessi.

Lo studio delle equazioni di McKean-Vlasov condizionate è molto recente ed è ancora in una fase iniziale. A tal proposito menzioniamo [BJT11], in cui equazioni di McKean-Vlasov condizionate di tipo Langevin sono state considerate come approccio alternativo alle equazioni di Navier-Stokes per fluidi in regime turbolento. I risultati ottenuti in [BJT11] si basano fortemente su stime gaussiane ottenute da A. Pascucci in [FP05]: tali stime sono state recentemente estese al caso di EDP stocastiche in [PP20], di coefficienti misurabili per EDP deterministiche in [LPP20], sotto la condizione di Hörmander debole, usando le recenti stime di Harnack provate in [GIMV19]. Notiamo che alcuni casi di equazioni di McKean-Vlasov condizionate possono essere ottenute come limite macroscopico di un sistema di particelle interagenti con rumore comune (si veda [HSS19] per alcuni risultati recenti). Citiamo infine i recenti lavori [LSZ20a, LSZ20b]. In [LSZ20b] è stato studiato il legame tra equazioni di McKean-Vlasov condizionate e le relative equazioni di Fokker-Planck non lineari (stocastiche): tali risultati estendono la teoria di "superposizione" sviluppata in [F08] per EDS standard con coefficienti limitati. L'esistenza di soluzioni stazionarie è stata dimostrata in [LSZ20a] sotto ipotesi particolari quali l'indipendenza dei moti browniani che guidano le equazioni di McKean-Vlasov condizionate. Notiamo che nelle applicazioni è spesso necessario considerare distribuzioni iniziali arbitrarie e con moti Browniani correlati. Il calcolo di soluzioni mediante la simulazione del relativo sistema di particelle interagenti è diventata una pratica comune nell'industria finanziaria. Questo rende il problema dell'unicità molto rilevante.

L'attività di ricerca sarà in primo luogo concentrata sul problema dell'esistenza, unicità e stime delle soluzioni. In secondo luogo, sarà avviato lo studio numerico, mediante approssimazioni analitiche oppure via simulazione di sistemi di particelle. In entrambe le fasi potrà inoltre beneficiare dell'interazione e della collaborazione con gli altri membri del gruppo di ricerca di Probabilità del Dipartimento di Matematica.

[BJT11] Bossy, Jabir, Talay. On conditional McKean Lagrangian models. PTRF 2011

[FP05] Di Francesco, Pascucci. On degenerate parabolic eqs. Appl Math Res Expr 2005

[F08] Figalli. Martingale solutions for SDEs with rough coefficients. J Funct Anal 2008

[GIMV19] Golse, Imbert, Mouhot, Vasseur. Harnack inequality for Fokker-Planck eqs. Ann SNS Pisa 2019

[HSS19] Hammersley, Siska, Szpruch. Weak existence and uniqueness for MKV SDEs. arXiv 2019.

[LSZ20a] Lacker, Shkolnikov, Zhang. Inverting the Markovian projection, with an application to volatility models. Ann Probab 2020

[LSZ20b] ---. Superposition and mimicking theorems for conditional MKV eqs. arXiv 2020

[LPP20] Lanconelli, Pascucci, Polidoro. Gaussian lower bounds for Kolmogorov eqs with measurable coefficients. J Evol Eq 2020

[PP20] Pascucci, Pesce. The parametrix method for parabolic SPDEs. Stoch Proc Appl 2020